智教课程 模变课堂：微分方程建模案例

方　壮　数学与统计学院

引言

师范技能训练融入专业课程不充分，存在技能培训与专业学习两张皮现象。其次，智能化的教育手段融入专业课程方法生硬，导致学生在学习过程中难以将智能化工具与专业知识有效结合。现有专业课程教学内容得不到及时更新，与当前教育行业的发展趋势脱节。这些问题都制约了专业课程教学的质量和效果，亟需通过案例教学等创新方法进行改进和提升。本案例以核心课程数学建模为依托，通过案例演示了如何在专业课中有效融合师范生技能和 AI 工具使用训练。为师范生合理使用 AI 辅助教学，提供了借鉴。

数学建模课程是数学与应用数学专业的核心课程之一，该程旨在通过介绍典型的数学建模实例，使学生掌握建立数学模型的一般步骤、方法和技能。从而达到培养学生运用数学知识及数学工具、综合分析及解决实际问题的能力。

本案例以“问题驱动、能力递进”为核心理念，通过典型案例剖析，系统讲授从实际问题抽象、模型假设、数学工具选择到模型求解与验证的全流程方法，注重培养学生将现实问题转化为数学语言的抽象能力。教学内容由浅入深，从人口增长、资源分配等基础模型过渡到复杂系统建模，在多媒体理论授课中渗透数学方法与现实问题的内在关联，同时针对模型求解需要，配套开展 DeepSeek 等 AI 工具的上机实践，要求学生完成包含代码实现、结果分析和误差检验的实验报告，强化数学工具与计算机技术的协同应用。

本案例采用“基础-实现-项目”三维联动的教学模式，形成螺旋式能力培养路径。理论教学以实际问题为切入点，通过疫情预测、交通调度等鲜活案例，揭示微分方程、优化算法等数学工具的应用逻辑；实验环节重点突破复杂模型的编程实现与可视化分析，培养数据处理与计算验证的工程思维；课后训练通过分解建模竞赛真题，训练学生团队协作与创新应用能力。

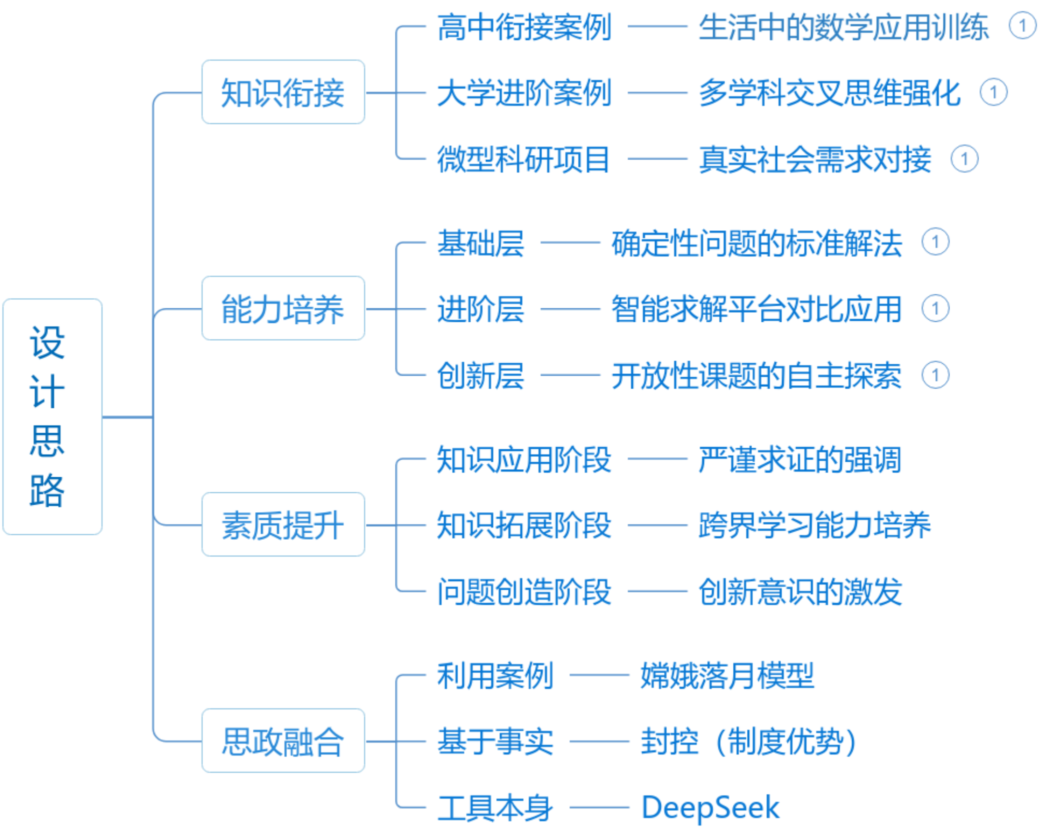
一、课程基本信息

《数学建模》（Mathematical Modeling）是一门面向数学与应用数学专业大二学生开设的专业核心课，课程编码为 020131005。该课程共计 3 学分，计划学时为 48 学时，其中理论学时 16，实践学时 32。课程的先修课程包括数学分析、高等代数等。课程负责人为方壮，团队成员包括方壮、向长城和赵远安。

二、课程教学整体设计思路

（一）课程整体设计

本课程的主要流程如下：



在知识结构衔接方面：AI 驱动“高中到大学”建模思维过渡

关键 AI 应用 1：知识图谱

实施方式：构建“微分方程-差分方程”知识图谱，重点标注两类模型的转化关系（如人口增长离散模型与导弹追踪连续模型的数学共性）。

教学作用：可视化展示数列差分方程（高中）与微分方程（大学）的逻辑关联，解决知识断层问题。

在能力培养方面：AI 辅助代码实践与纠错

关键 AI 应用 2：DeepSeek 代码智能诊断

实施场景：大学导弹追踪模型编程实践（Python/MATLAB）。

核心功能：解析学生代码中的微分方程求解逻辑。

在素质实践方面：AI 简化开放课题探索

关键 AI 应用 3：疫情多情景分析报告生成器

实施路径： 学生输入假设条件（如病毒传播率提升 20%）。

在课程思政融合：AI 数据对比强化制度认知

关键 AI 应用 4：中外抗疫策略可视化

实施工具：国家卫健委开放数据。

设计逻辑：自动关联 SEIR 模型预测曲线（感染率、医疗负荷）与真实政策数据（封控时间、核酸覆盖率）。对比中美“感染峰值下降速度”“ICU 床位占用率”等关键指标。

本案例 AI 应用边界与教学设计原则如下

“关键点”选择标准：解决传统教学痛点（如知识断层、代码调试低效）。实现“人做不到或难做好”的任务（如海量数据实时对比）。

避免技术堆砌：舍弃元宇宙、AR 等复杂技术，聚焦“数据分析+代码诊断”等轻量级工具。

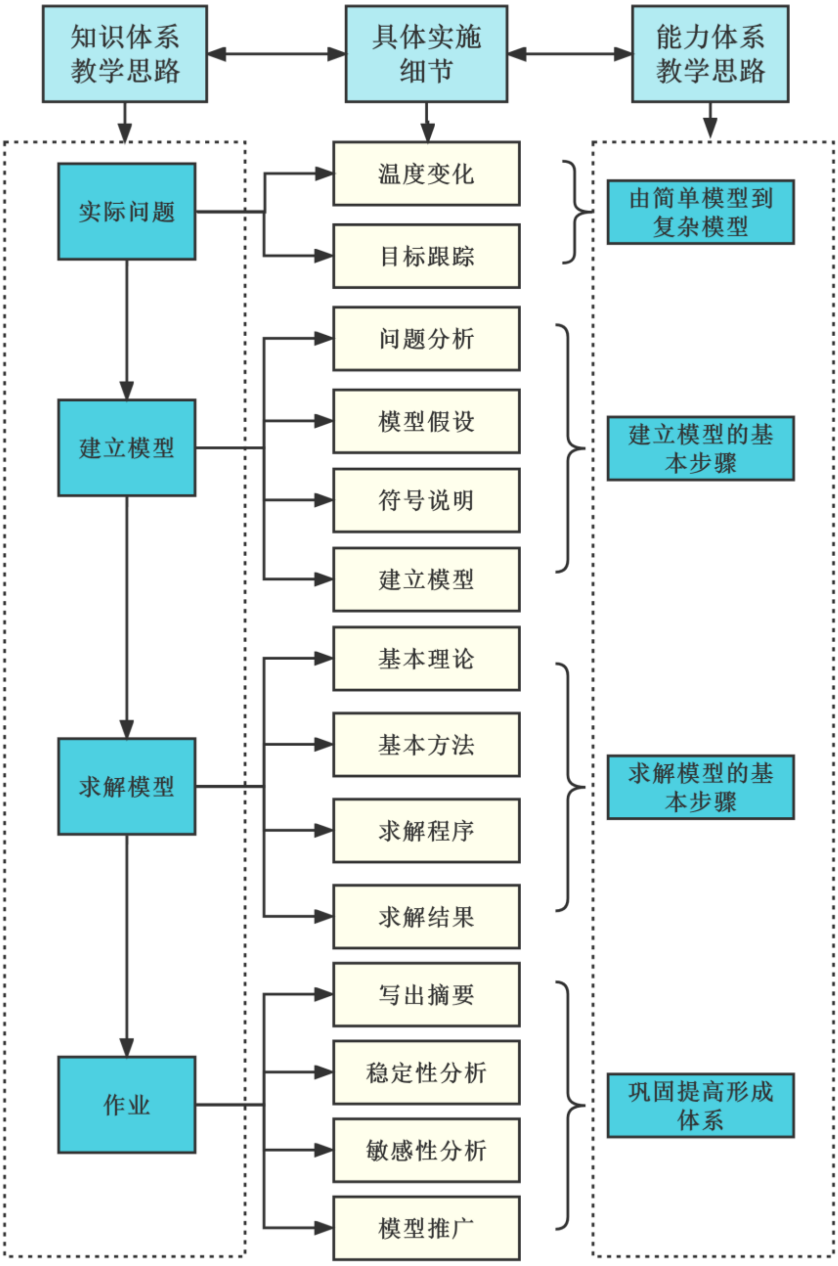
所有 AI 工具均提供网页端方案，无需高端硬件支持。

教学目标优先：知识图谱服务于认知衔接，非单纯技术展示。

AI 生成的疫情报告需学生二次验证，防止依赖技术。

（二）本案例教学设计思路

本案例内容设计思路如下：



1. 实际问题

（1）高中教材案例“人口增长模型”，（人教版高中数学（2019 新课标版）选择性必修二 第四章《数列》

（2）目标跟踪问题

（3）疫情传播建模

2. 建立模型-目标跟踪问题

（1）问题分析，对准乙舰与切线相联系。

（2）模型假设，速度不受其它环境影响。

（3）符号说明，三线表的符号说明。

（4）建立微分方程模型，根据分析、假设及相应符号，建立数学模型。

3. 求解微分方程模型

（1）基本方法，解析法和数值法（龙格库塔方法、欧拉方法、梯形方法）。

（2）求解程序（desolve 函数，ode23，ode45 等）。

（3）简单例题演示。

（4）建立模型对应的求解程序。

4. 教学进程设计

新课引入 (7 分钟)	经典赛题回顾 (2 分钟)	2 个时间问题 (4 分钟)	新课引入 (1 分钟)	
	回顾真题中的微分方程模型	温度变化模型目标跟踪模型	问题驱动引入微分方程模型	
建立模型 (17 分钟)	问题分析 (2 分钟)	模型假设 (2 分钟)	符号说明 (2 分钟)	建立模型 (11 分钟)
	切线与微分方程联系	合理假设（交互教学）	数学公式（交互）	建立显示模型
求解模型（19 分钟）	基本方法简介 (4 分钟)	求解程序 (12 分钟)	求解结果 (5 分钟)	
	欧拉方法 梯形方法 龙格库塔法	desolve ode45 ode23 模型函数	Matlab 环境中演示结果并分析	

三、案例教学目标

1. 知识目标

（1）掌握数学建模的基本步骤，包括问题定义、模型构建、模型求解、模型验证和结果解释。

（2）学会运用数学语言（如公式、图表等）准确描述和表达实际问题。熟练掌握至少一种数学建模软件（如 MATLAB、Python 等）进行模型构建、求解和分析。

2. 能力目标

（1）问题解决与创新能力：培养师范生运用数学方法和建模技巧解决实际问题的能力，鼓励他们在过程中尝试新方法、新思路，以培养创新意识和能力。

（2）跨学科融合与应用能力：通过课程学习，学生应能够跨越学科界限，将数学知识与其他学科知识结合，形成综合解决问题的能力。

3. 素质目标

（1）数学素养与科学精神：通过课程学习，师范生应掌握扎实的数学基础知识，能够运用数学语言解决实际问题，并形成求真务实、严谨细致的科学态度，以追求真实、准确的解决方案。

（2）创新意识与探索能力：鼓励师范生在数学建模中勇于尝试新方法、新思路，探索未知领域，以培养他们的创新意识和创造力，适应未来教育环境的变化。

4. 思政目标

（1）培养学生勇于探索的精神。通过航空航天实绩，引导学生学习航天工作者艰苦奋斗、勇于探索的精神。

（2）深刻认同制度的优越性。通过对比国内外疫情防控成效，深刻理解中国特色社会主义制度的优越性，培养学生的社会责任感和集体主义精神。

（3）培养科技创新精神。引导学生关注人工智能等前沿科技的发展，强调自主创新的重要性，鼓励学生投身关键技术领域的研究。

四、案例教学实施过程

<table>
<tr><th colspan="2">教学内容及进程安排</th></tr>
<tr>
<td>通过与高中教材联系、实际应用涉及到的问题引入微分方程模型。
嫦娥三号软着陆（课程思政自然融入点）
演示思维导图</td>
<td>

一、引入微分方程模型

1. 高中教材案例“人口增长模型”，嫦娥三号软着陆轨道设计与控制策略等均涉及到微分方程模型。

2. 从实际应用角度看。微分方程模型在科技、工程、经济管理、人口、交通等领域有广泛的应用。

很多实际问题需要建立函数变化率与函数之间的关系，可以根据相应的数学、物理、化学等学科中的定理、运动、变化规律等建立微分方程模型。

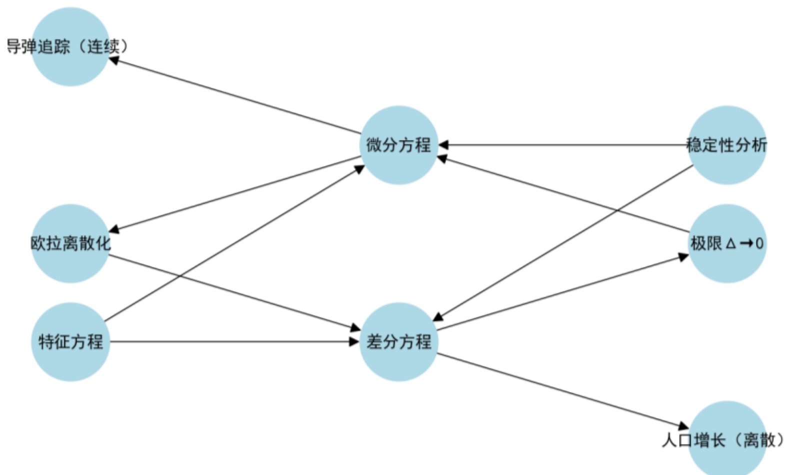


图 1　本节知识的简单知识图谱（AI 生成）

例 1：物体在空气中的冷却速度与物体和空气的温度差成正比，如果物体在 20min 内由 100^0C 冷却到 60^0C，那么经过多长时间此物体的温度将达到 30^0C？

$$\frac{dT}{dt} = -k(T-20), \quad T(0) = 100, T(\tfrac{1}{3}) = 60$$

二、目标跟踪模型

例 2（目标跟踪问题）：设位于坐标原点的甲舰向位于x轴上点 A(1, 0)处的乙舰发射导弹，导弹头始终对准乙舰．如果乙舰以最大的

</td>
</tr>
</table>

速度v_0(常数)沿平行于 y 轴的直线行驶，导弹的速度是$5v_0$，求导弹运行的曲线方程．乙舰行驶多远时，导弹将它击中？

结合图形分析问题

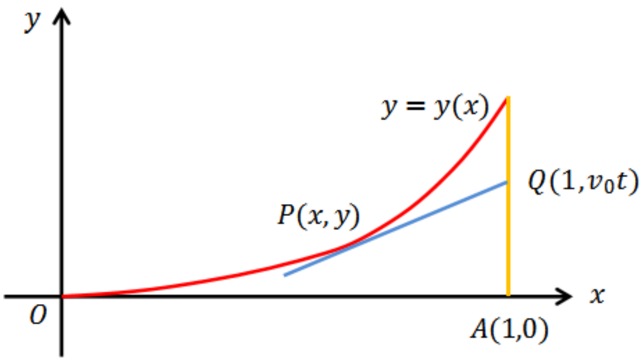


图 2 例 2 的分析

问题分析：重点分析对准乙舰的数学意义

问题分析：弹头始终对准乙舰，即导弹与乙舰的连线组成的直线是导弹飞行曲线的切线。

引导学生作合理假设

模型假设：不考虑风速，水流速度等外部因素的影响。

注意规范性

符号说明：用三线表表示

符号	意义
$P(x, y)$	导弹的位置
v_0	乙舰的速度

分析并建立模型

模型建立

设导弹的轨迹曲线为$y = y(x)$,并设经过时间t，导弹位于点$P(x, y)$,乙舰位于点$Q(1, v_0t)$,由于导弹头始终对准乙舰，则此时直线PQ就是导弹的轨迹曲线弧OP在点P处的切线，即有

提问：

$$y' = \frac{v_0t - y}{1 - x}$$

为什么是 5 倍弧长公式？	由此得到 $$v_0t=(1-x)y'+y$$ 又根据题意，弧OP的长度为$\lvert AQ\rvert$的 5 倍， 此时得到方程 $$\int_0^x\sqrt{1+y'^2}\,dx=5v_0t$$
简单解释求导过程	结合两式得到 $$(1-x)y'+y=\frac{1}{5}\int_0^x\sqrt{1+y'^2}\,dx$$ 两边求导得到 $$(1-x)y''=\frac{1}{5}\sqrt{1+y'^2}$$
得到模型并板书	由初值条件$y(0)=0,y'(0)=0$得到最终方程 $$\begin{cases}(1-x)y''=\frac{1}{5}\sqrt{1+y'^2}\\ y(0)=0,y'(0)=0\end{cases}$$ 解得 $$y=\frac{5}{8}(1-x)^{\frac{4}{5}}-\frac{5}{12}(1-x)^{\frac{6}{5}}-\frac{5}{24}$$ 此即为导弹运行的曲线方程。
引导学生 AI 验证结果	在 DeepSeek 求解　结果是一致的　理论与实践一致 $$\begin{cases}(1-x)y''=\frac{1}{5}\sqrt{1+y'^2}\\ y(0)=0,\quad y'(0)=0\end{cases}$$ **步骤 1：变量替换简化方程** 令 $p=y'$，则 $y''=p'$，方程变为： $$(1-x)p'=\frac{1}{5}\sqrt{1+p^2}$$
理论与实践一致	分离变量： $$\frac{dp}{\sqrt{1+p^2}}=\frac{dx}{5(1-x)}$$

课前布置资料查阅和讨论 简要解释	…… **步骤 4：积分求 $y(x)$** 积分 p： $$y = -\frac{1}{2}\int\left[(1-x)^{-1/5}-(1-x)^{1/5}\right]dx$$ 计算积分： $$\int(1-x)^{-1/5}dx = -\frac{5}{4}(1-x)^{4/5}, \quad \int(1-x)^{1/5}dx = -\frac{5}{6}(1-x)^{6/5}$$ 因此： $$y = \frac{5}{8}(1-x)^{4/5} - \frac{5}{12}(1-x)^{6/5} + C$$ 由初始条件 $y(0)=0$，解得 $C = \frac{5}{12}-\frac{5}{8} = -\frac{5}{24}$。 **最终解析解** $$y(x) = \frac{5}{8}(1-x)^{4/5} - \frac{5}{12}(1-x)^{6/5} - \frac{5}{24}$$ **三、微分方程的求解（重要预习内容）** **1 基本方法** **（1）解析解**：变量分离法、二阶常系数等 **（2）数值解** 以简单模型为例 $\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ 欧拉方法 $$y'(x_n) \approx \frac{y(x_{n+1})-y(x_n)}{h} = f(x_n, y(x_n))$$ $$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$ **计算量小，精度低** 梯形方法 对方程$y' = f(x,y)$两边从x_n到x_{n+1}积分 $$y_{n+1} = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x,y(x))dx$$ $$\int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x,y(x))dx \approx \frac{h}{2}[f(x_n,y(x_n)) + f(x_{n+1},y(x_{n+1}))]$$

	$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}[f(x_{n,}y_n) + f(x_{n+1,}y_{n+1})]$$ **相对提高了精度，计算量大** 结合改进一下： **预报：** $$\overline{y}_{n+1} = y_n + hf(x_{n,}y_n)$$ **校正：** $$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}[f(x_{n,}y_n) + f(x_{n+1,}\overline{y}_{n+1})]$$ 龙格库塔法 $$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(K_1 + K_2)] \\ K_1 = f(x_{n,}y_n) \\ K_2 = f(x_{n+1,}y_n + hK_1) \end{cases}$$ 由此衍生出二阶及四阶龙格库塔方法。
直接给出推广结果	**（3）一阶微分方程组数值解** 模型 $$\begin{cases} y' = f(x,y,z), y(x_0) = y_0 \\ z' = g(x,y,z), z(x_0) = z_0 \end{cases}$$ **预报：** $$\overline{y}_{n+1} = y_n + hf(x_{n,}y_n, z_n)$$ $$\overline{z}_{n+1} = z_n + hg(x_{n,}y_n, z_n)$$ **校正：** $$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}[f(x_{n,}y_n, z_n) + f(x_{n+1,}\overline{y}_{n+1}, \overline{z}_{n+1})]$$ $$z_{n+1} = z_n + \frac{h}{2}[f(x_{n,}y_n, z_n) + f(x_{n+1,}\overline{y}_{n+1}, \overline{z}_{n+1})]$$
转向程序求解	**2 程序求解** **（1）dsolve 求解微分方程（组）的解析解** 基本格式 dsolve('方程 1','方程 2','方程 n','初始条件','自变量')

介绍清楚基本格式的意义

'方程'，用字母 D 表示求微分，D2、D3 等表示求高阶微分.任何 D 后所跟的字母为因变量，自变量可以指定或由系统规则选定为缺省.

例如，微分方程$\frac{d^2y}{dx^2}=0$应表达为：'D2y=0'

'初始条件',没有可以缺省

$y(0)=0, y'(0)=15$表示为'y(0)=0,Dy(0)=15'

引导学生用 AI 拓展课堂内容

学生展示并解释 AI 结果（培养师范技能）

1. 基本语法

matlab

```matlab
% 一般形式
sol = dsolve(eqn, cond1, cond2, ..., 'Name', Value)

% 参数说明:
% - eqn        : 微分方程（用字符串或符号表达式）
% - cond1...   : 初始/边界条件（可选）
% - 'Name',Value : 选项（如忽略解析条件、指定独立变量）
```

实例 1：一阶常微分方程

方程：

$$\frac{dy}{dt}=-2y, \quad y(0)=5$$

MATLAB 代码：

matlab

```matlab
syms y(t)
eqn = diff(y,t) == -2*y;        % 定义微分方程
cond = y(0) == 5;               % 初始条件
sol = dsolve(eqn, cond)         % 求解
```

...

（自己掌握基础理论
才能判断AI是否正确，要让AI为我服务）
 	
介绍数学公式转化成程序语言的基本技巧
	实例 4：方程组求解
	
	方程组：
	
	$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -x, \quad x(0) = 1, y(0) = 0 \end{cases}$$
	
	MATLAB 代码：
	
	matlab
	
	`syms x(t) y(t)`
	`eqn1 = diff(x,t) == y;`
	`eqn2 = diff(y,t) == -x;`
	`cond1 = x(0) == 1;`
	`cond2 = y(0) == 0;`
	`[x_sol, y_sol] = dsolve(eqn1, eqn2, cond1, cond2)`
	
	例 3 求 $\frac{du}{dt} = 1 + u^2$ 的通解.
	
	解 $\frac{du}{dt} = 1 + u^2$ 对应的表达为 'Du=1+u^2'
	
	输入命令：dsolve('Du=1+u^2','t')
	
	结　　果：u = tan(C1 + t)
	
	例 4 求微分方程的特解.
	
	$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 29y = 0 \\ y(0) = 0, y'(0) = 15 \end{cases}$$
	
	解 输入命令
	
	方程对应的表达为'D2y+4*Dy+29*y=0'
	
	初始条件对应的表达为'y(0)=0,Dy(0)=15'
	
	自变量对应的表达为'x'
	
	求解程序为
	
	y=dsolve('D2y+4*Dy+29*y=0','y(0)=0,Dy(0)=15','x')
	
	结　　果：3*sin(5*x)*exp(-2*x)

<table>
<tr>
<td>完成学习通上的课堂作业并自动批改，给出对比结果.</td>
<td>

例 5　求微分方程组的通解.

$$\begin{cases}\frac{dx}{dt}=2x-3y+3z\\ \frac{dy}{dt}=4x-5y+3z\\ \frac{dz}{dt}=4x-4y+2z\end{cases}$$

解 输入命令：

[x,y,z]=dsolve('Dx=2*x-3*y+3*z','Dy=4*x-5*y+3*z','Dz=4*x-4*y+2*z', 't')

结　果：

x = C1*exp(-t) + C3*exp(2*t)

y = C1*exp(-t) + C2*exp(-2*t) + C3*exp(2*t)

z = C2*exp(-2*t) + C3*exp(2*t)

（2）solver 求解微分方程（组）的数值解

基本格式[t,x]=solver('f',ts,x0,options)

solver 对应：ode45， ode23， ode113，ode15，sode23s

ode23：组合的 2/3 阶龙格－库塔－费尔贝格算法

ode45：运用组合的 4/5 阶龙格－库塔－费尔贝格算法

'f'：由待解方程写成的 M 文件名

ts=[t0,tf]：t0、tf 为自变量的初值和终值

x0：函数的初值

注意 1：在解含 n 个未知数的**方程组**时，x0 和 x 均为 n 维向量，M 文件中的待解**方程组应以 x 的分量形式写出**.

注意 2：使用 MATLAB 软件求数值解时，**高阶微分方程必须等价地变换成一阶微分方程组**.

例 6 求下面微分方程的数值解

$$\begin{cases}\frac{d^2x}{dt^2}-1000(1-x^2)\frac{dx}{dt}-x=0\\ x(0)=2,x'(0)=0\end{cases}$$

</td>
</tr>
</table>

方程转化成程序语言

解： 令 y1=x，y2=y1’

则微分方程变为一阶微分方程组：

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = 1000(1-y_1^2)y_2 - y_1 \\ y_1(0) = 2, y_2(0) = 0 \end{cases}$$

首先建立 M 文件 vdp1000．m 如下：

```
function dy=vdp1000(t,y)
dy=zeros(2,1);
dy(1)=y(2);
dy(2)=1000*(1-y(1)^2)*y(2)-y(1);
end
```

对结果进行解释

其次，取

t0=0，tf=3000，输入命令：

主程序为：

```
[T,Y]=ode15s('vdp1000',[0 3000],[2 0]);
plot(T,Y(:,1),'-')
```

最后得到结果如下：

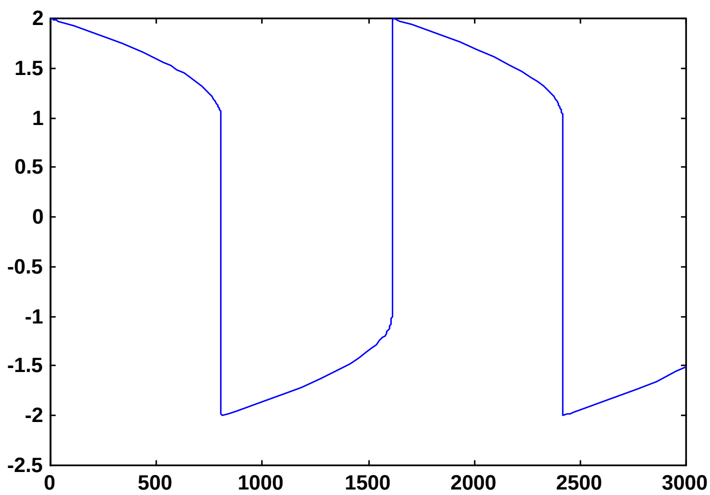


图 3.　例 6 的结果

例 7 解微分方程组.

$$\begin{cases} y_1' = y_2 y_3 \\ y_2' = -y_1 y_3 \\ y_3' = -0.51 y_1 y_2 \\ y_1(0) = 2, y_2(0) = 1, y_3(0) = 1 \end{cases}$$

方程转化成程序语言

解： 建立 M 文件形式的方程函数 rigid．m 如下：

```
function dy=rigid(t,y)
  dy=zeros(3,1);
  dy(1)=y(2)*y(3);
  dy(2)=-y(1)*y(3);
  dy(3)=-0.51*y(1)*y(2);
  end
```

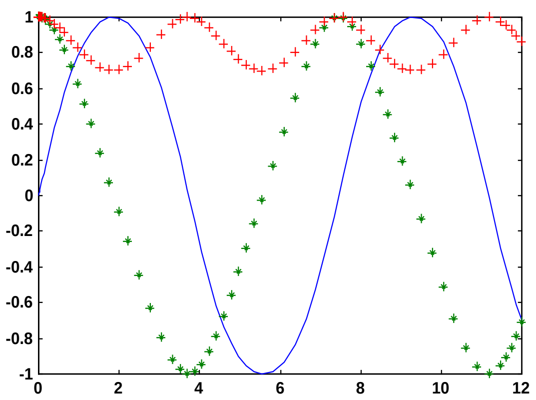
其次取 t0=0，tf=12，输入命令：

主程序为

```
[T,Y]=ode45('rigid',[0 12],[0 1 1]);
plot(T,Y(:,1),'-',T,Y(:,2),'*',T,Y(:,3),'+')
```

最后得到结果如图

结果解释



回到对模型的数值求解

图 4. 例 7 的结果

对结果作分析并回答题目提出的问题.

目标跟踪问题的数值解法

$$\begin{cases} (1-x)y'' = \frac{1}{5}\sqrt{1+y'^2} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases}$$

令 y1=y, y2=y1’，将方程（3）化为一阶微分方程组．

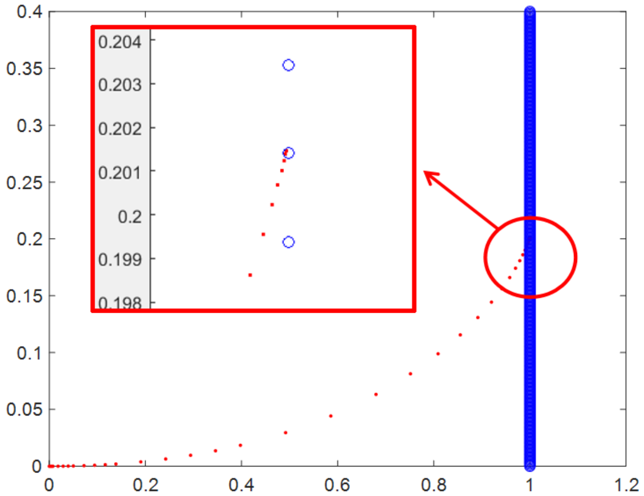
$$\begin{cases} y_1{}' = y_2 \\ y_2{}' = \frac{1}{5}\sqrt{1+y_1{}^2}/(1-x) \\ y_1(0) = 0, y_2(0) = 0 \end{cases}$$

建立 M 文件 eq1．m

```
function dy=eq1(x,y)
dy=zeros(2,1);
dy(1)=y(2);
dy(2)=1/5*sqrt(1+y(1)^2)/(1-x);
end
```

取 x0=0，xf=0．9999，建立主程序 ff6．m 如下：

```
x0=0; xf=0.9999;
[x,y]=ode15s('eq1',[x0 xf],[0 0]);
plot(x,y(:,1),'b.'),hold on
y=0:0.01:2;
plot(1,y,'b*')
```



目标跟踪问题的模型及其求解

问题分析 模型假设 符号说明 建立模型

实际模型及DeepSeek求解

$$\begin{cases}(1-x)y'' = \frac{1}{5}\sqrt{1+y'^2} \\ y(0)=0, y'(0)=0\end{cases}$$

模型求解

解析解：变量分离法等

dsolve('方程 1','方程 2','初始条件','自变量')

数值解：欧拉方法 梯形方法 龙格库塔法等

[t,x]=solver('f',ts,x0,options)

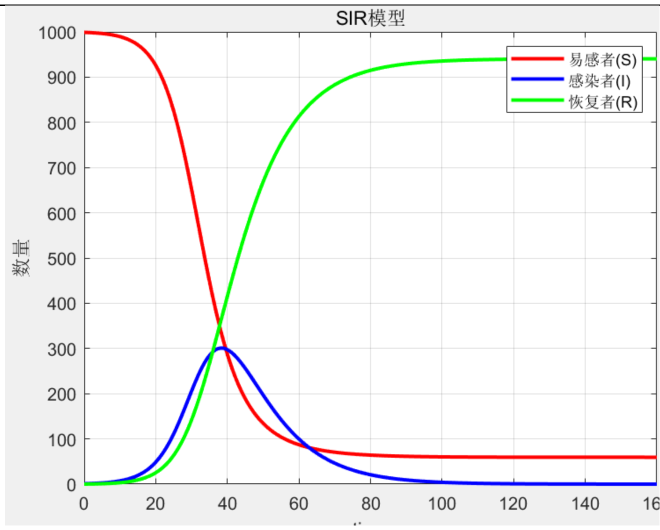
[t,x]=ode45('f',ts,x0,options)

四、实例应用

$$\begin{cases}S' = -\beta SI \\ I' = \beta SI - \gamma I \\ R' = \gamma I S(0) = 2, I(0) = 1, R(0) = 0\end{cases}$$

```
N = 1000;          % 总人数
beta = 0.3;        % 感染率
gamma = 0.1;       % 恢复率
I0 = 1;            % 初始感染者
R0 = 0;            % 初始恢复者
S0 = N - I0 - R0;  % 初始易感者

y0 = [S0; I0; R0];    % 初始
tspan = [0, 160];     % 时间
h = 0.1;              % 步长
t = tspan(1):h:tspan(2); % 时间离散化



Y = zeros(3, length(t));
Y(:,1) = y0;

%% RK4 法
```

```
for i = 1:length(t)-1
    k1 = sir_deriv(t(i), Y(:,i), beta, gamma, N);
    k2 = sir_deriv(t(i)+h/2, Y(:,i) + h/2*k1, beta, gamma, N);
    k3 = sir_deriv(t(i)+h/2, Y(:,i) + h/2*k2, beta, gamma, N);
    k4 = sir_deriv(t(i)+h, Y(:,i) + h*k3, beta, gamma, N);

    Y(:,i+1) = Y(:,i) + (h/6)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4);
end



figure;
plot(t, Y(1,:), 'r', 'LineWidth', 2); hold on;
plot(t, Y(2,:), 'b', 'LineWidth', 2);
plot(t, Y(3,:), 'g', 'LineWidth', 2);
xlabel('time');
ylabel('数量');
title('SIR 模型');
legend('易感者 (S)', '感染者 (I)', '恢复者 (R)');
grid on;



function dydt = sir_deriv(t, y, beta, gamma, N)
    S = y(1);
    I = y(2);
    R = y(3);
    dSdt = -beta * S * I / N;
    dIdt = beta * S * I / N - gamma * I;
    dRdt = gamma * I;

    dydt = [dSdt; dIdt; dRdt];
End
```

实际模型的进一步探讨	 **五、扩展提高** 请 deepseek 提问，将该模型改成开放性的问题

五、教学效果及反思

经过在 02234034 班实际教学实践，整体教学效果良好，学生反馈较好，但依然存在很多值得进一步改进的地方：

（1）本节内容的教学，课前在线上布置了话题讨论和资料查阅，课堂教学采用线上随堂练习及时反馈学生知识点掌握情况，收到了很好的效果，但显然线上平台应用的还不够，讨论话题设计还要更贴近学生生活一些。

（2）通过课后问卷知道，学生更想了解假设检验在实际问题中的应用，这方面涉及得还不够，今后还要进一步加强。

（3）实际教学发现，其实学生还是很愿意参与讨论的，但本节课交互式学习环节设计还不够。